

## Измерение качества жизни населения при стохастическом выборе весов взвешенной главной компоненты

А. А. Мироненков  , А. Н. Курбацкий , М. В. Мироненкова 

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
г. Москва, Россия

 [mironenkov@mse.msu.ru](mailto:mironenkov@mse.msu.ru)

**Аннотация.** Качество жизни населения является латентной категорией, которую, в силу невозможности прямого измерения, приходится оценивать как интегральный индикатор множества переменных. Согласно устоявшейся методологии, одним из основных инструментов при этом является первая главная компонента, то есть линейная свертка переменных, обладающая свойством минимизации вариации исходных признаков. Тот факт, что вариация признаков учитывается с одинаковым весом, может вызывать критику экономистов. Лишним этого недостатка развитием метода можно считать применение взвешенной главной компоненты, где весовые коэффициенты признаков при минимизации суммарной вариации задаются экспертно. Однако в этом случае возникает закономерный вопрос: не окажет ли экспертная субъективность существенное влияние на итоговый интегральный индикатор, как это происходит в случае его построения путем простой линейной свертки с экспертными весами? Целью данной работы является проверка применимости взвешенной первой главной компоненты как основного инструмента при построении интегрального индикатора качества жизни населения. В частности, предстоит проверить гипотезу о несущественности влияния неоднородности весов экспертных оценок на итоговый интегральный индикатор. При этом было бы полезно не только проиллюстрировать наличие или отсутствие, но и численно оценить меру этого влияния. В работе на основании эмпирических экспертных весов взвешенной главной компоненты по данным макростатистики проводится имитационное моделирование для оценки латентной переменной «качество жизни населения». При этом в отличие от большинства близких по тематике работ значения интегрального индикатора (и, соответственно, ранжирование наблюдений) представляются как интервальная оценка. Иными словами, результат оценивания представляется как случайная величина, где элементом случайности служит субъективность экспертного выбора весов взвешенной главной компоненты. Оказывается, даже в этом случае удается получить робастные и содержательные результаты, хорошо согласующиеся с выводами известных исследований в этой области.

**Ключевые слова:** интегральный индикатор; качество жизни населения; взвешенная первая главная компонента; стохастический выбор; имитационное моделирование.

### 1. Введение

Задача корректного и полного измерения качества жизни населения (КЖН), как и любой латентной категории, является сложной комплексной задачей со множеством особенностей.

Субъективистский или объективистский подход? Модель с обучением или без? Привлечение экспертов или оптимизация функционала? Линейная свертка или главная компонента? Главная компонента с весами или без? Точечная

или интервальная оценка признака? — на каждый из вопросов нет единого общепризнанно устоявшегося ответа.

В работе развивается предложенный Айвазяном [1] подход к измерению латентной категории при объективистском подходе на основе анализа макростатистики по странам мира. При этом в ряде работ Айвазян и др. [2, 3] придерживаются подхода «с обучением», то есть весовые оценки линейной свертки получены от экспертов, а в ряде работ Айвазян и др. [1, 4, 5] предлагают подход «без обучения», и итоговый результат получен при вычислении первой главной компоненты.

Kurbatskii & Mironenkov [6] приняли попытку объединить оба подхода путем вычисления взвешенной главной компоненты. Признавая указанный опыт успешным, отметим, что субъективность экспертных оценок продолжает влиять на итоговые значения интегрального индикатора. Возникает вопрос о существенности этого влияния, насколько сильно субъективные предпочтения экспертов влияют на значения интегрального индикатора. И можно ли в этих условиях получить какие-либо содержательные выводы об измеряемой латентной категории, корректно ли говорить о ранжировании наблюдений.

*Целью исследования* является проверка целесообразности использования взвешенной главной компоненты в качестве основного инструмента при построении интегрального индикатора качества жизни и оценка степени влияния субъективности экспертных весов на итоговые результаты оценки синтетической латентной категории в этом случае.

Для достижения указанной цели предстоит решить следующие *задачи*:

- сбор макростатистики в соответствии с требованиями (полнота, достоверность, доступность);
- получение экспертных данных о весах взвешенной главной компоненты;

- оценка параметров неоднородности экспертных оценок;
- оценка степени влияния неоднородности экспертных оценок на итоговый интегральный индикатор;
- получение содержательных выводов о странах-лидерах и странах-аутсайдерах рейтинга качества жизни населения в условиях субъективности экспертов.

При выполнении поставленных задач появляются численные оценки меры неоднородности экспертных оценок, а также численные характеристики меры разброса значений интегрального индикатора.

*Основная гипотеза исследования* — субъективность экспертных весов при использовании взвешенной главной компоненты в построении интегральных индикаторов несущественно влияет на значения интегрального индикатора и не искажает итоговый результат.

## 2. Обзор литературы

В задачах измерения латентной категории «качество жизни населения» нет единого устоявшегося подхода. Ряд исследований придерживается «субъективистского» подхода, то есть исследование отталкивается от «субъекта», от его наблюдений и ощущений. Другие исследователи отдают предпочтение «объективистскому» подходу, то есть основываются преимущественно на макропоказателях среды.

В работах Волковой [7] и Шаклеиной и др. [8] приведены обзор и сравнение подходов на данных регионов России.

Лещайкина [9] при межстрановом анализе социальной комфортности строит интегральный индикатор на комбинировании двух подходов: объективистского по данным WCY и субъективистского по данным опросов Gallup.

Эволюция понятия «качество жизни» от первого упоминания Кеннеттом

Гэлбрейтом с чрезвычайно широким толкованием до современных подходов к измерению приведена Волковой [10].

В работах, придерживающихся объективистского подхода, также нет единого мнения об используемых методах.

Мироненков [11] предлагает классифицировать регионы РФ на основе многокритериальной классификации по Парето, когда более высокий класс образован странами, показатели которых удовлетворяют соотношению Парето.

Айвазян и др. [12] для построения интегрального индикатора строят и решают оптимизационную модель на основе коэффициента корреляции.

Айвазян и др. [13] проводят кластеризацию регионов РФ на основе двух первых главных компонент.

подавляющее большинство исследователей для оценки латентной переменной используют линейную свертку с наперед (экспертно) заданными весами.

Blomquist at al. [14] ранжируют районы проживания (Urban Counties), сворачивая показатели благосостояния с заранее выбранными весами.

Беляева [15] для оценки показателя качества жизни сворачивает переменные четырех групп: благосостояние, качество социальной сферы, социальное самочувствие и безопасность, свободу выбора и самореализации.

Однако в современных исследованиях гораздо более распространена линейная свертка с весами, определяемыми по первой главной компоненте или ее вариациям.

Жгун [16] строит интегральный индикатор, распределяя унифицированный набор 37 переменных в три блока: благосостояние населения, качество населения, качество социальной сферы.

Fantazzini at al. [17] предложили включить в интегральный индикатор данные из поисковых систем (Google Trends).

Gresco at al. [18] при сравнительном анализе используемых для построения

композитных индексов подходов отмечают преимущества главной компоненты.

Волкова [19] рассматривает интегральный индикатор во времени, применяя обобщенную главную компоненту.

Slotte [20] применил интересный подход к ранжированию 126 стран: сначала построены 19 распространенных индексов качества жизни (L1, L2, ..., L19), и только потом они сворачиваются в единый интегральный индикатор и производится ранжирование.

Mazziotta & Pareto [21] исследовали преимущества и недостатки использования главных компонент в построении индексов качества жизни, а также использовали его при ранжировании регионов Италии.

Отметим, что техника построения интегрального индикатора на основе первой главной компоненты широко используется и в смежных областях.

Родченков [22] использует эту технику при построении интегрального индикатора удовлетворенности качеством финансовой отчетности.

Литвинцева и др. [23] оценивают меру цифровой составляющей качества жизни населения в регионах РФ.

Майбуров и др. [24] использует методологию Айвазяна оценки качества жизни населения как возможный критерий оценки эффективности налогового регулирования.

Kurbatskii & Mironenkov [6] для оценки интегрального индикатора качества жизни населения предложили ввести веса ценности восстановления переменных в первой главной компоненте и тем самым перейти к первой взвешенной главной компоненте.

При оценке латентной категории взвешенная главная компонента используется довольно редко.

Lloyd [25] и Harris at al. [26] используют взвешенную главную компоненту (gwPCA) как основной метод оценки латентных переменных в демографии.

Wu at al. [27] и Tomao at al. [28] используют взвешенную главную компоненту в урбанистике («urban science»).

Fan [29] провел обзор работ и обосновал, что взвешенные главные компоненты обычно используются в прикладных технических задачах, таких как анализ астрономических спектров Delchambre [30] и Tsalmantza & Hogg [31], визуализации биомедицинской статистики Swallow at al. [32] или для практической оценки качества подгонки моделей и выбора переменных («QoS criteria Successability and Availability») Sood at al. [33] и Qi at al. [34].

Burnaev & Chernova [35] предлагают итеративный алгоритм подгонки весов взвешенной главной компоненты при совершенствовании аэродинамического профиля крыла.

Отметим, что в подавляющем большинстве работ интегральный индикатор строится как точечная оценка, то есть каждый рассматриваемый субъект в итоге получает свое детерминированное значение. Такой подход удобен более наглядным результатом, однако говорить о детерминированности используемых в интегральном индикаторе предикторов не всегда справедливо. Поэтому отдельно хочется выделить работы, в которых интегральный индикатор строится в виде интервальной оценки.

De Mol at al. [36] обосновали преимущества Байесовского подхода к оценке интегральных индикаторов.

Audiger at al. [37] показали, что интервальные оценки параметров возникают как результат множественного восстановления (*multiple imputation*) пропусков в данных. Заметим, что такой подход перекликается с идеей настоящей статьи.

Можем видеть, что применение главной компоненты в задачах оценивания латентной категории имеет довольно широкое распространение. Взвешенная

главная компонента применяется гораздо реже и преимущественно в задачах технического плана.

Авторам неизвестны работы, в которых взвешенная главная компонента применяется при измерении латентной категории в социально-экономических задачах — измерении уровня счастья, качества жизни населения, измерения условий жизни, Well-Being index и других.

### 3. Методология и информационная база исследования

При построении интегральных индикаторов большинство исследователей придерживаются устоявшейся методологии, которая детально описана, например, в главе 2.3 работы [1]. Так, согласно Айвзяну, при измерении синтетической латентной категории и построении интегрального индикатора можно выделить следующие этапы:

1. Определение исходного набора статистических показателей, характеризующих исследуемую категорию (априорный набор переменных).
2. Отбор и (если требуется) разбиение на блоки априорного набора.
3. Унификация и стандартизация набора данных, обезразмеривание и работа с пропусками.
4. Если требуется — построение внутриблочных индикаторов.
5. Разработка и построение сводного интегрального индикатора — измерителя интересующей синтетической латентной категории.
6. Постанализ. Построение и анализ показателей авто- и межтерриториальной динамики интегрального индикатора КЖН.

Предпоследний пункт предполагает различные реализации в зависимости от того, используется ли в оценке подход «с обучением», когда для оцен-

ки коэффициентов требуется привлечение экспертов или используется подход «без обучения», то есть коэффициенты модели могут быть найдены как решение оптимизационных задач. Как правило, итоговый интегральный индикатор строится как линейная свертка частных критериев. При этом в подходе «с обучением» коэффициенты этой линейной свертки могут либо назначаться экспертно, либо быть найдены как результат регрессионной модели, когда экспертно указывается зависимая переменная принадлежность к классу качества жизни.

Подход «без обучения» предполагает построение интегрального индикатора из соображений оптимизации некоторого функционала. В случае если таким функционалом выбирается квадрат отклонений невязок, то искомая комбинация может быть найдена как первая главная компонента унифицированного набора данных Jolliffe [38]. Взятие первой главной компоненты или ее вариации являются наиболее часто используемым приемом при построении интегральных индикаторов.

Kurbatskii & Mironenkov [6] и Мироненков [39] предложили развитие инструментария первой главной компоненты путем введения весов ценности восстановления исходных данных.

Иными словами, интегральный индикатор  $\Pi$  ищется как линейная свертка:

$$\Pi = u^1 x^1 + u^2 x^2 + \dots + u^k x^k, \quad (1)$$

веса  $u^1, u^2, \dots, u^k$  подбираются из условия

$$u^1, \dots, u^k = \arg \min \begin{pmatrix} w^1 (\hat{x}^1 - x^1)^2 + \\ + w^2 (\hat{x}^2 - x^2)^2 + \dots + \\ + w^k (\hat{x}^k - x^k)^2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где восстановление  $j$ -й унифицированной переменной по взвешенной главной компоненте ищется как:

$$\hat{x}^j = x^j \cdot (\Pi^T \Pi)^{-1} \cdot (\Pi^{T0} x^j).$$

При этом веса  $w^1, \dots, w^k$  взвешенной главной компоненты (то есть ценность вариации исходных переменных, сохраняемых в главной компоненте) предполагалось выбирать экспертно. Тем самым при сохранении методологии подхода «без обучения» в построение интегрального индикатора был включен элемент подхода «с обучением». В работах [6, 39] было отмечено, что при выборе весов  $w^1, \dots, w^k$  эксперты сильно разнятся в своем выборе.

Естественным образом возникает задача оценки степени влияния субъективности экспертов при выборе весов взвешенной главной компоненты. Иными словами, предлагается, исходя из стохастичности экспертных оценок, оценить меру их влияния на итоговый интегральный индикатор при сохранении методологии его построения. Таким образом, план построения интегрального индикатора трансформируется следующим образом.

1. Определение исходного набора статистических показателей.
2. Отбор, обезразмеривание, работа с пропусками, унификация исходных данных.
3. Получение экспертных оценок весовых коэффициентов:

- исследование полученных экспертных оценок на (не)однородность;
- получение вида и параметров распределения экспертных оценок.

4. Многократное моделирование экспертных оценок. Вычисление интегрального индикатора качества жизни населения для каждого набора смоделированных экспертных весов.

5. Анализ параметров распределения значений интегрального индикатора.

6. Постанализ. Получение содержательных выводов об исследуемой ка-

тегории и ранжирование исследуемых объектов.

Набор частных критериев для анализа представлен в табл. 1.

Таблица 1. **Априорный и апостериорный набор частных критериев синтетической латентной категории «качество жизни» в межстрановом анализе**

Table 1. **A priori and a posteriori set of partial criteria for the synthetic latent category "quality of life" in cross-country analysis**

N	Переменная (частный критерий)	Обозначение	Формула унификации
1	ВВП на душу населения с учетом паритета покупательной способности, долл.	$x^1$	(3)
2	Производительность труда, долл.	$x^2$	(3)
3	Расходы на личное потребление на душу, долл.	$x^3$	(3)
4	Доля неграмотных среди населения старше 15 лет, %	$x^4$	(4)
5	Коэффициент имущественного неравенства, разы	$x^5$	(4)
6	Индекс потребительских цен, %	$x^6$	(4)
7	Ожидаемая (при рождении) продолжительность жизни, лет	$x^7$	(3)
8	Младенческая смертность: среднее число умерших в возрасте до 1 года, приходящееся на 1 000 родившихся	$x^8$	(4)
9	Выбросы CO <sub>2</sub> , метрические тонны на 1 млн долл. ВВП	$x^9$	(4)
10	Общие расходы на НИОКР, % к ВВП	$x^{10}$	(3)

Данные взяты из каталога Всемирного банка. На момент обращения актуальными являлись данные за 2019 г. Для нескольких стран некоторые переменные за последний год были недоступны, в этом случае значения заменялись предыдущим доступным годом. Проведение какой-либо другой работы с пропусками не потребовалось.

Поскольку данные имеют различные единицы измерения, то для приведения их к соизмеримому виду требуется унификация данных. Унифицирующее преобразование для переменных, для ко-

торых большее значение соответствует лучшему значению интегрального индикатора, задается равенством:

$$\bar{x}_i^j = 10 \cdot \frac{x_i^j - x_{\min}^j}{x_{\max}^j - x_{\min}^j}. \tag{3}$$

А для переменных, имеющих с интегральным индикатором обратную связь, равенством:

$$\bar{x}_i^j = 10 \cdot \frac{x_{\max}^j - x_i^j}{x_{\max}^j - x_{\min}^j}. \tag{4}$$

Таким образом, в результате унифицирующего преобразования все переменные принимают значения в диапазоне от 0 до 10, где значение 10 является наилучшим в контексте интересующей нас синтетической латентной категории. Размерность унифицированных данных отсутствует.

Напомним, что набор частных критериев (переменных) собран таким образом, чтобы этот набор «всесторонне и полностью характеризовал анализируемую синтетическую категорию» [1]. Следовательно, набор переменных является полной характеристикой исследуемой величины, а сжатие (свертка) этого набора является характеристикой меньшей размерности данной латентной категории. Наилучшей (сохраняющей максимум взвешенной вариации исходных данных) линейной сверткой является взвешенная первая главная компонента. Таким образом ее и следует использовать как меру измеряемой латентной категории.

Напомним, что веса (весовые нагрузки) главной компоненты  $u^1, \dots, u^k$  вычисляются из соображений максимизации взвешенной вариации, или, по-другому, из соображений минимизации потерь взвешенной вариации исходного набора данных. При этом потери вычисляются с заданными заранее весами  $w^1, \dots, w^k$ .

Для определения заранее заданных весов  $w^1, \dots, w^k$  были привлечены эксперты. Ими выступили исследователи одной научной школы, которые в разное время были коллегами или учениками С. А. Айвазяна, а в настоящее время являются сотрудниками ЦЭМИ РАН, Высшей школы экономики или МГУ им. М. В. Ломоносова.

Критерии отбора экспертов:

1. Компетентность — в качестве экспертов привлечены авторы публикаций по оценке социальной комфортно-

сти, анализа качества жизни населения или построения интегральных индикаторов, проиндексированных в международных базах WoS / Scopus / РИНЦ.

2. Доступность — авторы имели возможность обратиться за экспертной оценкой, а эксперты нашли возможность запрошенные оценки предоставить.

Отобраным таким образом десяти экспертам был задан вопрос: «Оцените в баллах от 1 до 10 ценность, с которой вариация каждой из переменных должна учитываться в Интегральном индикаторе качества жизни (то есть укажите веса взвешенной главной компоненты), где 10 — самая ценная переменная». Результаты ответов представлены в табл. 2.

Несмотря на принадлежность к одной научной школе, экспертные оценки существенно разнятся. Так, например, первый опрошенный эксперт считает, что в интегральном индикаторе наибольшую ценность представляет вариация переменной «Ожидаемая при рождении продолжительность жизни», в то время как третий эксперт на первое место ставит «ВВП на душу населения», а ожидаемую продолжительность жизни ценит меньше и предлагает сохранять ее вариацию с весом 7 (из 10). Индекс потребительских цен является наиболее важным для второго эксперта, в то время как для первого, четвертого и пятого экспертов эта переменная является наименее ценной.

Возникает вопрос о том, насколько сильно подобная неоднородность экспертных оценок повлияет на итоговый результат при построении интегрального индикатора.

## 7. Результаты исследования

В табл. 3 приведена корреляционная матрица экспертных оценок весов. Видим, что, несмотря на принадлеж-

ность к одной научной школе, ответы экспертов в значительной степени неоднородны. Например, ответы первого и второго экспертов имеют сильную об-

ратную зависимость, коэффициент корреляции  $r = -0,71$ , значим, соответствующее  $t$ -значение  $t = -2,8876$ ,  $df = 8$ ,  $p\_value = 0,02027$ .

Таблица 2. Результаты экспертных оценок степени важности сохранения вариации исходных переменных в итоговом интегральном индикаторе

Table 2. Results of expert assessments of the degree of importance of maintaining variation in the initial variables in the final integral indicator

Веса $\omega$ ценности сохранения информации	Expert 1	Expert 2	Expert 3	Expert 4	Expert 5	Expert 6	Expert 7	Expert 8	Expert 9	Expert 10
ВВП на душу населения с учетом ППС, долл.	7	9	10	8	5	7	8	9	10	4
Производительность труда, долл.	8	8	8	8	6	5	2	7	4	4
Расходы на личное потребление на душу, долл.	6	8	8	9	7	7	9	7	5	8
Доля неграмотного населения, %	9	5	7	6	8	5	1	6	8	8
Коэффициент имущественного неравенства (Gini)	6	9	7	10	8	7	3	6	4	6
Индекс потребительских цен, %	5	10	8	5	5	4	7	4	5	7
Ожидаемая продолжительность жизни, лет	10	6	7	8	10	9	10	7	9	8
Младенческая смертность (среднее число случаев)	8	5	7	4	9	10	6	6	10	3
Выбросы CO <sub>2</sub> , метрические тонны	6	7	6	6	7	6	5	3	8	5
Общие расходы на НИОКР, % к ВВП	7	6	9	7	8	8	4	3	7	2

Таблица 3. Корреляционная матрица экспертных весов ценности вариации

Table 3. Correlation matrix of expert weights of the value of variation

	Expert 1	Expert 2	Expert 3	Expert 4	Expert 5	Expert 6	Expert 7	Expert 8	Expert 9	Expert 10
Expert 1	1,00									
Expert 2	-0,71	1,00								
Expert 3	-0,15	0,37	1,00							
Expert 4	-0,05	0,40	0,22	1,00						
Expert 5	0,63	-0,76	-0,53	-0,01	1,00					
Expert 6	0,40	-0,52	-0,03	0,01	0,71	1,00				

## Окончание табл. 3

	Expert 1	Expert 2	Expert 3	Expert 4	Expert 5	Expert 6	Expert 7	Expert 8	Expert 9	Expert 10
Expert 7	-0,05	0,20	0,21	0,07	0,03	0,41	1,00			
Expert 8	0,39	0,15	0,37	0,44	-0,08	0,17	0,28	1,00		
Expert 9	0,49	-0,56	0,04	-0,46	0,32	0,55	0,33	0,17	1,00	
Expert 10	0,10	0,13	-0,37	0,23	0,11	-0,32	0,26	0,21	-0,21	1,00

В качестве иллюстрации влияния меры экспертной неоднородности на итоговый результат в соответствии с выбранной методологией были построены три интегральных индикатора: по первой главной компоненте

(то есть по взвешенной главной компоненте с единичными весами), по взвешенной главной компоненте с весами первого эксперта, по взвешенной главной компоненте с весами второго эксперта (табл. 4).

Таблица 4. Интегральный индикатор качества жизни населения с различным набором весов взвешенной первой главной компоненты

Table 4. Integral indicator of the quality of life of the population with a different set of weights of the weighted first principal component

Ранг	Единичные веса	Весы эксперта 1	Весы эксперта 2
1	Luxembourg	Luxembourg	Luxembourg
2	Switzerland	Switzerland	Switzerland
3	Norway	Norway	Norway
4	Iceland	Iceland	Iceland
5	United States	Denmark	United States
6	Denmark	Sweden	Denmark
7	Sweden	United States	Sweden
8	Israel	Israel	Ireland
9	Austria	Ireland	Australia
10	Australia	Austria	Austria
...			
45	Russian Federation	Bulgaria	Russian Federation
46	Serbia	Serbia	Mauritius
47	Turkey	Russian Federation	Thailand
48	Thailand	Thailand	Serbia
49	North Macedonia	North Macedonia	Turkey

Окончание табл. 4

Ранг	Единичные веса	Веса эксперта 1	Веса эксперта 2
50	Mauritius	Kazakhstan	North Macedonia
51	Kazakhstan	Mexico	Mexico
52	Mexico	Mauritius	Jordan
53	Jordan	Jordan	Kazakhstan
54	Brazil	Brazil	Brazil
...			
99	Cote d'Ivoire	Cote d'Ivoire	Mali
100	Mali	Lesotho	Sudan
101	Lesotho	Mali	Lesotho
102	Nigeria	Nigeria	Chad
103	Chad	Chad	Nigeria

Несмотря на то, что веса экспертов существенно отличаются, итоговые результаты ранжировки отличаются не столь заметно — вне зависимости от выбора экспертов в начале списка оказываются Люксембург, Швейцария и Норвегия, а замыкают список из 103 стран Нигерия и Чад.

В то же время нельзя сказать, что влияние отсутствует. Так, например, при различном наборе весов на 15-м месте рейтинга оказываются Мавритания, Казахстан или Македония. Для оценки степени влияния субъективности экспертов на итоговый результат проведем имитационное моделирование и оценим

степень разброса интегрального индикатора в зависимости от выбора весов.

На рис. 1 приведены распределения экспертных весов ценности вариации для нескольких переменных. Для проверки гипотезы о нормальности распределения экспертных весов проведем соответствующие тесты для каждой переменной.

Результаты тестов Шапиро — Уилка приведены в табл. 5, столбец SW — значение статистики и столбец SW\_p — соответствующее значение p-value. Столбцы KS и KS\_p содержат те же значения для критерия Колмогорова — Смирнова (табл. 5).

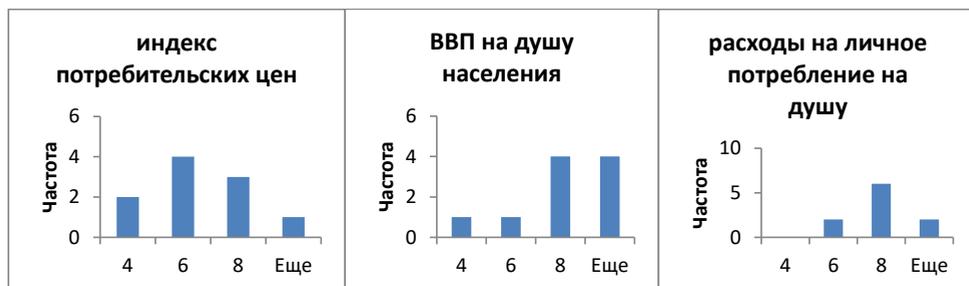


Рис. 1. Распределение экспертных весов ценности вариации для нескольких переменных  
 Figure 1. Distribution of expert weights of the value of variation for several variables

Таблица 5. Результаты проверки нормальности распределения весов

Table 5. Results of weights distribution normality testing

Переменная	Вес	mu	sd	SW	SW_p	KS	KS_p
ВВП на душу населения с учетом ППС, долл.	$\omega_1$	7,7	2	0,920	0,353	0,4	0,366
Производительность труда, долл.	$\omega_2$	6	2,16	0,864	0,085	0,3	0,763
Расходы на личное потребление на душу, долл.	$\omega_3$	7,4	1,26	0,930	0,445	0,6	0,041
Доля неграмотного населения, %	$\omega_4$	6,3	2,31	0,880	0,130	0,4	0,368
Коэффициент имущественного неравенства, разы	$\omega_5$	6,6	2,12	0,968	0,868	0,3	0,763
Индекс потребительских цен, %	$\omega_6$	6	1,94	0,868	0,095	0,4	0,393
Ожидаемая продолжительность жизни, лет	$\omega_7$	8,4	1,43	0,908	0,268	0,3	0,763
Младенческая смертность (среднее число случаев)	$\omega_8$	6,8	2,44	0,949	0,659	0,2	0,988
Выбросы CO <sub>2</sub> , метрические тонны	$\omega_9$	5,9	1,37	0,926	0,407	0,3	0,724
Общие расходы на НИОКР, % к ВВП	$\omega_{10}$	6,1	2,33	0,902	0,230	0,4	0,393

Ни по одной переменной гипотеза о нормальности распределения весов не отвергается. Столбцы mu и sd содержат соответственно выборочные средние и стандартные отклонения весов ценности. Так, можно видеть, что в среднем наиболее ценной для экспертов является вариация переменной «Ожидаемая продолжительность жизни», а наибольшая неоднородность наблюдается при оценке переменной «Младенческая смертность».

Далее в соответствии с полученными параметрами проводится многократ-

ное ( $N = 1000$ ) моделирование экспертных весов. Для каждого набора весов вычисляется значение интегрального индикатора качества жизни населения. Напомним, что интегральный индикатор ищется как линейная свертка с весовыми коэффициентами  $u^1, u^2, \dots, u^{10}$ . Для различного набора весов вариации  $w^1, w^2, \dots, w^{10}$  набор весовых коэффициентов будет различаться. Так, для единичных весов весовые нагрузки (нормированные на единичную сумму квадратов) приведены в табл. 6.

Таблица 6. Весовые нагрузки взвешенной главной компоненты с единичными весами

Table 6. Weight loads of the weighted principal component with unit weights

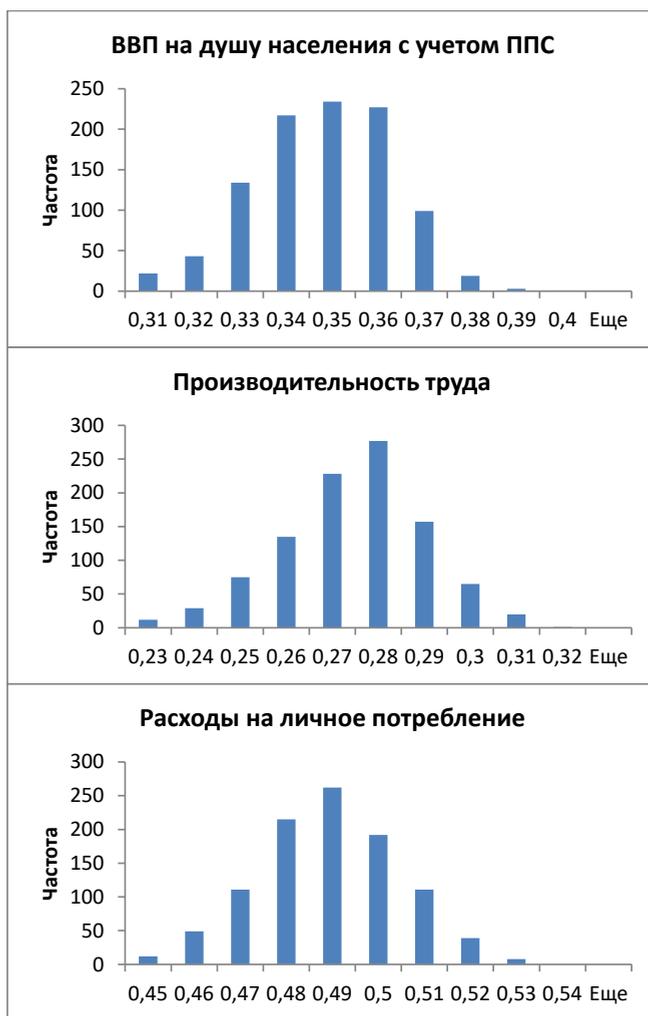
$U^1$	$U^2$	$U^3$	$U^4$	$U^5$	$U^6$	$U^7$	$U^8$	$U^9$	$U^{10}$
0,33	0,29	0,48	0,31	0,10	0,16	0,43	0,39	0,03	0,33

Наибольший вклад в главную компоненту вносят переменные «Расходы на личное потребление» и «Ожидаемая продолжительность жизни».

При различных значениях экспертных весов ценности вариации  $w^1, w^2, \dots, w^{10}$  весовые коэффициенты  $u^1, u^2, \dots, u^{10}$  также будут изменяться.

На рис. 2 приведены распределения нагрузочных коэффициентов при нескольких переменных. Отметим, что распределения имеют колоколообразный вид, а колебания нагрузочных коэффициентов невелики. К примеру, почти все значения коэффициента при переменной «расходы на личное потребление» лежат в диапазоне от 0,46 до 0,51.

Значение интегрального индикатора каждой страны меняется для разного набора весов ценности. Так, для Российской Федерации распределение значений интегрального индикатора при моделировании экспертных весов, а также распределение рангов при ранжировании стран по показателю качества жизни населения приведены на рис. 3.



**Рис. 2.** Распределение нагрузочных коэффициентов линейной свертки  $U^j$  при различных наборах весовых коэффициентов  $w^j$  ценности вариации переменных

**Figure 2.** Distribution of loading coefficients of linear convolution  $U^j$  for different sets of weighting coefficients  $w^j$  of the value of variation of variables



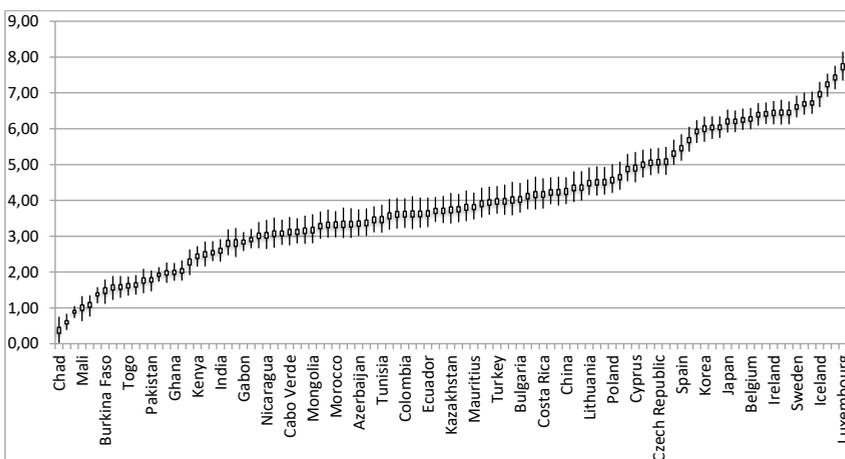
**Рис. 3.** Распределение значений интегрального индикатора при различных значениях весов взвешенной главной компоненты  
**Figure 3.** Distribution of integral indicator values for different weights of the weighted principal component

Можно отметить, что почти во всех случаях значение интегрального индикатора лежит в узком диапазоне от 3,7 до 4,2. При этом почти для всех моделируемых экспертных весов  $w^1, w^2, \dots, w^{10}$  Российская Федерация занимает 47-е место, иногда занимая 46, 45 или 48 места.

Напомним, что для каждой страны тысячу раз вычислено значение интегрального индикатора. На рис. 4 приведены коробчатые диаграммы для каждой из 103 рассматриваемых стран. По горизонтали откладываются значения индикатора качества жизни. Страны упорядочены по убыванию выборочного

среднего значения ИИ КЖН. Можно видеть, что почти при любом наборе экспертных весов значение ИИ КЖН для лидера рейтинга Люксембурга оказывается в диапазоне 7–7,5 баллов, при этом межквартильный размах составляет около 0,1 балла. Визуально на приведенном рисунке явно выделяется группа стран — лидеров рейтинга (примерно четверть стран) и группа стран — аутсайдеров рейтинга (еще около четверти выборки).

Итоговые показатели моделирования (среднее значение, стандартное отклонение и медиана) по 103 наблюдениям приведены в табл. 7.



**Рис. 4.** Коробчатые диаграммы значений интегрального индикатора качества жизни населения при различных значениях весов взвешенной главной компоненты  
**Figure 4.** Box plots of the values of the integral indicator of the quality of life of the population at various values of the weights of the weighted principal component

Таблица 7. Среднее, стандартное отклонение и медиана значений интегрального индикатора качества жизни при различных значениях весов  $w^1, w^2, \dots, w^{10}$  ценности сохранения вариации, а также доля стран, имеющих значение ИИ КЖН ниже, чем у данной страны по всем итерациям

Table 7. Average, standard deviation and median values of the integral indicator of quality of life for various values of weights  $w^1, w^2, \dots, w^{10}$  of value of maintaining variation, and also the share of countries with an QOL II value lower than that of a given country for all iterations

Ранг	Страна	Ср. знач.	Стд. откл.	Медиана	Доля стран, %
1	Luxembourg	7,74	0,12	7,73	100,00
2	Switzerland	7,44	0,1	7,43	99,02
3	Norway	7,24	0,1	7,24	98,04
4	Iceland	6,97	0,1	6,96	97,06
5	United States	6,73	0,09	6,72	95,10
6	Denmark	6,70	0,09	6,69	95,10
7	Sweden	6,61	0,1	6,61	93,14
8	Australia	6,45	0,1	6,45	89,22
9	Israel	6,45	0,11	6,45	89,22
10	Ireland	6,44	0,1	6,44	89,22
11	Austria	6,42	0,09	6,42	89,22
12	Finland	6,39	0,1	6,39	89,22
13	Belgium	6,27	0,09	6,27	86,27
14	Germany	6,24	0,09	6,24	85,29
15	Netherlands	6,21	0,09	6,21	85,29
16	Japan	6,20	0,1	6,20	85,29
17	France	6,04	0,1	6,04	82,35
18	Canada	6,03	0,1	6,03	82,35
19	Korea	6,00	0,11	6,00	81,37
20	United Kingdom	5,92	0,1	5,92	81,37
21	Italy	5,68	0,11	5,68	80,39
22	Spain	5,45	0,11	5,45	79,41
23	Slovenia	5,30	0,11	5,31	78,43
24	Malta	5,07	0,11	5,07	75,49
25	Czech Republic	5,06	0,11	5,06	75,49
26	Portugal	5,04	0,11	5,04	75,49

## Продолжение табл. 7

Ранг	Страна	Ср. знач.	Стд. откл.	Медиана	Доля стран, %
27	Greece	4,99	0,11	4,99	74,51
28	Cyprus	4,89	0,12	4,89	72,55
29	Estonia	4,87	0,11	4,87	72,55
30	Slovak Republic	4,64	0,11	4,64	71,57
31	Poland	4,56	0,11	4,56	70,59
32	Hungary	4,50	0,11	4,50	67,65
33	Croatia	4,49	0,11	4,50	67,65
34	Lithuania	4,47	0,11	4,47	67,65
35	Latvia	4,35	0,11	4,35	64,71
36	Chile	4,34	0,12	4,34	64,71
37	China	4,24	0,11	4,25	60,78
38	Malaysia	4,22	0,11	4,22	60,78
39	Uruguay	4,22	0,11	4,22	62,75
40	Costa Rica	4,16	0,12	4,16	60,78
41	Montenegro	4,15	0,12	4,15	60,78
42	Romania	4,11	0,11	4,11	59,80
43	Bulgaria	4,02	0,11	4,02	56,86
44	Bosnia and Herzegovina	4,00	0,13	4,00	54,90
45	Serbia	3,96	0,12	3,96	54,90
46	Turkey	3,96	0,11	3,96	53,92
47	Russian Federation	3,93	0,11	3,94	53,92
48	Thailand	3,90	0,12	3,90	53,92
49	Mauritius	3,81	0,11	3,81	51,96
50	North Macedonia	3,80	0,12	3,80	51,96
51	Mexico	3,74	0,11	3,74	49,02
52	Kazakhstan	3,73	0,11	3,73	48,04
53	Brazil	3,70	0,1	3,70	45,10
54	Jordan	3,70	0,11	3,70	48,04
55	Ecuador	3,63	0,11	3,63	45,10
56	Armenia	3,61	0,11	3,61	43,14
57	Colombia	3,61	0,11	3,61	43,14
58	Sri Lanka	3,61	0,12	3,61	43,14

## Продолжение табл. 7

Ранг	Страна	Ср. знач.	Стд. откл.	Медиана	Доля стран, %
59	Peru	3,60	0,12	3,60	43,14
60	Georgia	3,56	0,12	3,56	42,16
61	Tunisia	3,46	0,12	3,46	40,20
62	Algeria	3,45	0,11	3,46	39,22
63	Vietnam	3,36	0,11	3,36	35,29
64	Azerbaijan	3,34	0,1	3,35	35,29
65	El Salvador	3,32	0,12	3,33	34,31
66	Morocco	3,32	0,12	3,32	33,33
67	Ukraine	3,32	0,12	3,33	33,33
68	Moldova	3,30	0,11	3,31	33,33
69	Paraguay	3,27	0,11	3,27	33,33
70	Mongolia	3,16	0,11	3,16	29,41
71	Kyrgyz Republic	3,14	0,11	3,14	29,41
72	Indonesia	3,11	0,1	3,12	28,43
73	Cabo Verde	3,10	0,11	3,11	28,43
74	Philippines	3,07	0,1	3,07	25,49
75	Honduras	3,06	0,12	3,06	27,45
76	Guatemala	3,01	0,11	3,01	25,49
77	Nicaragua	3,01	0,12	3,02	25,49
78	Botswana	2,90	0,08	2,91	22,55
79	Gabon	2,83	0,08	2,84	21,57
80	Egypt	2,80	0,11	2,80	21,57
81	Iraq	2,80	0,13	2,81	21,57
82	India	2,59	0,1	2,60	19,61
83	South Africa	2,54	0,08	2,54	18,63
84	Nepal	2,49	0,11	2,49	17,65
85	Kenya	2,44	0,09	2,44	17,65
86	Senegal	2,28	0,12	2,28	16,67
87	Madagascar	2,03	0,09	2,03	14,71
88	Ghana	1,99	0,08	1,99	12,75
89	Uganda	1,97	0,09	1,97	12,75
90	Eswatini	1,92	0,06	1,92	10,78

## Окончание табл. 7

Ранг	Страна	Ср. знач.	Стд. откл.	Медиана	Доля стран, %
91	Pakistan	1,78	0,09	1,78	10,78
92	Ethiopia	1,76	0,1	1,76	10,78
93	Burundi	1,64	0,09	1,64	7,84
94	Togo	1,62	0,09	1,62	6,86
95	Sudan	1,58	0,09	1,58	5,88
96	Gambia	1,56	0,11	1,57	6,86
97	Burkina Faso	1,48	0,12	1,48	4,90
98	Congo	1,38	0,07	1,37	4,90
99	Cote d'Ivoire	1,08	0,1	1,08	3,92
100	Mali	1,01	0,12	1,01	1,96
101	Lesotho	0,89	0,06	0,89	1,96
102	Nigeria	0,60	0,07	0,60	0,98
103	Chad	0,48	0,13	0,59	0,00

Отдельный интерес для читателя может представлять таблица сопряженности, то есть таблица частот взаимного расположения в рейтинге. Для каждого моделируемого набора весов для каждой пары стран указано их взаимное расположение в рейтинге.

Таким образом, в результате тысячекратного моделирования экспертных весов и вычисления интегрального индикатора качества жизни населения для каждой пары стран может быть вычислена относительная частота, с которой одна из стран находилась в рейтинге выше другой. Полная таблица размера 103 на 103 оказывается слишком громоздкой для журнальной публикации<sup>1</sup>. Ее фрагмент указан в табл. 8.

Число в таблице показывает относительную частоту, с которой страна по горизонтали находится в итоговом рейтинге выше, чем страна по верти-

кали. Так, в 100 % случаев значение интегрального индикатора качества жизни населения Польши превосходит значение интегрального индикатора Португалии. А значение в таблице 0,94 означает, что из 1 000 итераций в 940 случаях Сербия находится в рейтинге выше России, а в 60 случаях интегрального индикатора качества жизни населения России оказывается больше.

Если просуммировать значения по строке для страны, то полученное число можно интерпретировать как среднюю по итерациям долю стран, выше которых она находится. Так, значение 100 % в строке «Люксембург» означает, что ни при каком смоделированном наборе весов ни одна страна не имела значение интегрального индикатора качества жизни населения выше, чем значение интегрального индикатора Люксембурга в этой итерации. Соответствующие суммы приведены в последнем столбце табл. 7.

<sup>1</sup> Полная таблица сопряженности доступна по адресу: <https://disk.yandex.ru/i/2tfMqNF3tDsssA>

Таблица 8. Фрагмент таблицы сопряженности относительных частот взаимного расположения в рейтинге по интегральному индикатору качества жизни населения

Table 8. Fragment of the contingency table of relative frequencies of relative positions in the rating according to the integral indicator of the quality of life of the population

	Poland	Portugal	Romania	Russian Federation	Senegal	Serbia	Slovak Republic	Slovenia	South Africa
Poland	0	0	1	1	1	1	0	0	1
Portugal	1	0	1	1	1	1	1	0	1
Romania	0	0	0	1	1	1	0	0	1
Russian Federation	0	0	0	0	1	0,06	0	0	1
Senegal	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Serbia	0	0	0	0,94	1	0	0	0	1
Slovak Republic	1	0	1	1	1	1	0	0	1
Slovenia	1	1	1	1	1	1	1	0	1
South Africa	0	0	0	0	1	0	0	0	0

## 8. Обсуждение

Идея настоящей работы возникла на международной конференции «Ломоносов-2020». Представленный тогда доклад о возможности применения взвешенной первой главной компоненты в качестве возможного пути развития методологии Айвазяна построения интегральных индикаторов вызвал у участников интерес и живые обсуждения. Критике подвергся выбор весов взвешенной главной компоненты, при этом присутствующие эксперты не пришли к единому мнению о том, какими они должны быть. Несмотря на отсутствие единства по поводу выбранных весов, полученные результаты в части ранжирования стран сомнению не подвергались. Так появилась гипотеза о несущественности влияния экспертных оценок

весов взвешенной главной компоненты на результаты ранжирования, и возникла задача это влияние оценить и проиллюстрировать.

У внимательного читателя может возникнуть закономерный вопрос, почему мы предъявляем экспертам требования принадлежности к одной научной школе. Изначально, при планировании эксперимента предполагалось, что привлечение разнородных экспертов даст слишком сильный разброс экспертных весов, что чрезмерно повлияет на результаты ранжирования.

Однако на практике оказалось, что эксперты даже одной научной школы дают сильно отличающиеся ответы (ряд экспертных весов имеют значимую отрицательную корреляцию), и, следовательно, от указанного требования можно

отказаться без какого-либо существенно-го влияния на итоговый результат. При этом результаты ранжирования по-прежнему остаются наглядными и содержательными.

Хочется отметить хорошую согласованность полученных интервалов с результатами близких по тематике исследований. Так, академик Полтерович [40] в своем исследовании удовлетворенности жизнью выделяет семь стран-лидеров, которые принадлежат к лидерам и в текущем исследовании. В статистическом ежегоднике World Happiness Report авторы Helliwell at al. [41] и Helliwell at al. [42] вычисляют рейтинги стран мира по уровню счастья, и вновь группа стран-лидеров идентична.

Также есть основание считать, что отсутствие нормальности распределения весовых коэффициентов не повлияет на результат. Можно отказаться от проверки вида распределения и при имитационном моделировании использовать лишь эмпирическую ковариационную матрицу. Мера (не)влияния вида распределения весовых коэффициентов на результаты ранжирования будет исследована в следующих работах.

Еще одним направлением развития может быть существенное увеличение информационной базы. Априорный набор настоящего исследования, удовлетворяющий требованиям о полноте, достоверности и доступности, сформирован более 10 лет назад. Он отлично подходит для проверки поставленных гипотез, однако с тех пор количество достоверных доступных данных, а также методов их обработки существенно увеличилось.

Говоря про ограничения, следует упомянуть о вычислительной сложности алгоритма. Так, при тысячекратном моделировании экспертных весов и вычислении взвешенной главной компо-

ненты для массива из 10 переменных по 103 наблюдениям на бытовом компьютере (Core i7 8 Mb X64) требуется около минуты вычислительного времени. Увеличение количества переменных повлечет квадратичное увеличение затрачиваемого времени, что на больших массивах данных потребует привлечение специальных вычислительных машин.

## 9. Заключение

Имитационное моделирование экспертных весов, осуществленное по эмпирическим экспертным данным, позволило положительно ответить на вопрос о робастности метода построения интегрального индикатора качества жизни населения, основанного на вычислении взвешенной главной компоненты.

Гипотеза о несущественности влияния субъективности экспертных оценок на значения интегрального индикатора подтверждена в полной мере.

Эмпирически оценена степень неоднородности экспертных оценок, а также измерено их влияние на итоговый результат. Показано, что вне зависимости от выбора экспертных весов группа стран-лидеров остается неизменной, допуская лишь незначительные перестановки. Они происходят немного чаще для центральной половины стран, однако даже экстремальные отклонения экспертных весов не приводят к их перемещению в лидеры или аутсайдеры.

Таким образом, можно утверждать, что цель настоящей работы — проверка применимости взвешенной главной компоненты при построении интегрального индикатора качества жизни населения — достигнута.

Практическая значимость исследования состоит в возможности устойчивого межстранового ранжирования по доступной открытой методологии, основанной на развитии идеи построения интегрального индикатора как ли-

нейной свертки с динамическими коэффициентами. При этом удается обойти ограничения применения первой главной компоненты, связанные с учетом малозначимых факторов, что дает возможность получения дополнительной независимой оценки уровня и динамики качества жизни.

Также следует отметить использованную в настоящей работе форму представления итоговых результатов. Как правило, при исследовании качества жизни населения результат являет-

ся детерминированным — как значение индекса в 10-балльной шкале или как ранжированный список. Представление результатов в виде интервальной оценки или в стохастическом виде не является типичным, однако оказывается вполне содержательным и наглядным, что говорит о существенной теоретической значимости работы. Отметим, что известные авторам детерминированные оценки известных рейтингов укладываются в приведенные доверительные интервалы.

### Список использованных источников

1. Айвазян С. А. Анализ качества и образа жизни населения (эконометрический подход). М: Наука, 2012. 432 с. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26766525>
2. Айвазян С. А., Исакин М. А. Интегральные индикаторы качества жизни населения региона как критерии эффективности социально-экономической политики, проводимой органами региональной власти // Прикладная эконометрика. 2006. Т. 1, № 1. С. 25–31. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9510321>
3. Айвазян С. А., Степанов В. С., Козлова М. И. Измерение синтетических категорий качества жизни населения региона и выявление ключевых направлений совершенствования социально-экономической политики (на примере Самарской области и ее муниципальных образований) // Прикладная эконометрика. 2006. Т. 2, № 2. С. 18–84. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9482361>
4. Макаров В. Л., Айвазян С. А., Афанасьев М. Ю., Бахтизин А. Р., Нанавян А. М. Оценка эффективности регионов РФ с учетом интеллектуального капитала, характеристик готовности к инновациям, уровня благосостояния и качества жизни населения // Экономика региона. 2014. № 4. С. 9–30. <https://doi.org/10.17059/2014-4-1>
5. Айвазян С. А., Афанасьев М. Ю., Кудров А. В. Индикаторы основных направлений социально-экономического развития и их агрегаты в пространстве характеристик региональной дифференциации // Прикладная эконометрика. 2019. Т. 54. С. 51–69. <https://doi.org/10.24411/1993-7601-2019-10003>
6. Kurbatskii A., Mironenkov A. Estimating the Quality of Life Using Weighted Principal Components Method // Montenegrin Journal of Economics. 2023. Vol. 19, No. 1. Pp. 7–17. <https://doi.org/10.14254/1800-5845/2023.19-1.1>
7. Волкова М. И. Сравнение объективистского и субъективистского подходов к измерению синтетических латентных категорий качества жизни населения: результаты эмпирического анализа российских данных // Прикладная эконометрика. 2010. Т. 19, № 3. С. 62–90. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15139171>
8. Шаклеина М. В., Волкова М. И., Шаклеин К. И., Якиро С. Р. Теоретические и методологические проблемы измерения социальной комфортности: результаты эмпирического анализа на российских данных // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2020. Т. 13, № 5. С. 135–152. <https://doi.org/10.15838/esc.2020.5.71.8>
9. Лецайкина М. В. Межстрановой эконометрический анализ социальной комфортности проживания населения // Прикладная эконометрика. 2014. Т. 36, № 4. С. 102–117. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22782724>

10. Волкова М. О методологических основах анализа качества жизни. Исторический аспект // Общество и экономика. 2018. № 10. С. 89–100. <https://doi.org/10.31857/S020736760002281-8>
11. Мironenkov A. A. Иерархическая Парето-классификация регионов России по показателям качества жизни населения // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2020. Т. 13, № 2. С. 171–185. <https://doi.org/10.15838/esc.2020.2.68.11>
12. Айвазян С. А., Афанасьев М. Ю., Кудров А. В. Интегральный индикатор качества условий жизни // Цифровая экономика. 2019. № 1 (5). С. 43–56. <https://doi.org/10.34706/DE-2019-01-05>
13. Айвазян С. А., Афанасьев М. Ю., Кудров А. В. Метод кластеризации регионов РФ с учетом отраслевой структуры ВВП // Прикладная эконометрика. 2016. Т. 41, № 1. С. 24–46. URL: <https://www.hse.ru/mirror/pubs/share/421012695.pdf>
14. Blomquist G. C., Berger M. C., Hoehn J. P. New estimates of quality of life in urban areas // The American Economic Review. 1988. Vol. 78, No. 1. Pp. 89–107. URL: <https://www.jstor.org/stable/pdf/1814700>
15. Беляева Л. А. Качество жизни в субъективных оценках населения: Россия в европейском контексте // Вестник РУДН. Серия: Социология. 2018. Т. 18, № 4. С. 680–694. <https://doi.org/10.22363/2313-2272-2018-18-4-680-694>
16. Жгун Т. В. Построение интегральной характеристики качества жизни субъектов Российской Федерации с помощью метода главных компонент // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2017. Т. 10, № 2. С. 214–235. <https://doi.org/10.15838/esc/2017.2.50.12>
17. Fantazzini D., Shakleina M., Yuras N. Big Data for computing social well-being indices of the Russian population // Applied Econometrics. 2018. Vol. 50. Pp. 43–66. URL: <https://ssrn.com/abstract=3215502>
18. Greco S., Ishizaka A., Tasiou M., Torrisi G. On the Methodological Framework of Composite Indices: A Review of the Issues of Weighting, Aggregation, and Robustness // Social Indicators Research. 2019. Vol. 141. Pp. 61–94. <https://doi.org/10.1007/s11205-017-1832-9>
19. Волкова М. И. Анализ факторов качества жизни населения России и Европы в рамках метода обобщенных главных компонент // Экономика и математические методы. 2019. Т. 55, № 3. С. 34–46. <https://doi.org/10.31857/S042473880004678-4>
20. Slotte D. J. Measuring the quality of life across countries // The Review of Economics and Statistics. 1991. Vol. 73, No. 4. Pp. 684–693. <https://doi.org/10.2307/2109407>
21. Mazziotta M., Pareto A. Use and Misuse of PCA for Measuring Well-Being // Social Indicators Research. 2019. Vol. 142. Pp. 451–476. <https://doi.org/10.1007/s11205-018-1933-0>
22. Родченков М. В. Оценка удовлетворенности инвестиционного сообщества России качеством финансовой отчетности по международным стандартам // Journal of Applied Economic Research. 2023. Vol. 22, No. 1. С. 165–189. <https://doi.org/10.15826/vestnik.2023.22.1.008>
23. Литвинцева Г. П., Шмаков А. В., Стукаленко Е. А., Петров С. П. Оценка цифровой составляющей качества жизни населения в регионах Российской Федерации // Terra Economicus. 2019. Т. 17, № 3. С. 107–127. <https://doi.org/10.23683/2073-6606-2019-17-3-107-127>
24. Налоговая политика Российской Федерации в контексте целей устойчивого развития / под ред. И. А. Майбурова. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2023. 359 с. URL: [https://taxsymposium.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=496:nalogovaya-politika-rossijskoj-federatsii-v-kontekste-tselej-ustojchivogo-razvitiya&catid=91&Itemid=939&lang=ru](https://taxsymposium.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=496:nalogovaya-politika-rossijskoj-federatsii-v-kontekste-tselej-ustojchivogo-razvitiya&catid=91&Itemid=939&lang=ru)
25. Lloyd C. D. Analysing population characteristics using geographically weighted principal components analysis: A case study of Northern Ireland in 2001 // Computers, Environment and Urban Systems. 2010. Vol. 34, Issue 5. Pp. 389–399. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurb-sys.2010.02.005>
26. Harris P., Brunson C., Charlton M. Geographically weighted principal components analysis // International Journal of Geographical Information Science. 2011. Vol. 25, Issue 10. Pp. 1717–1736. <https://doi.org/10.1080/13658816.2011.554838>

27. Wu Ch., Peng N., Ma X., Li Sh., Rao J. Assessing multiscale visual appearance characteristics of neighborhoods using geographically weighted principal component analysis in Shenzhen, China // *Computers, Environment and Urban Systems*. 2020. Vol. 84. 101547. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2020.101547>
28. Tomao A., Mattioli W., Fanfani D., Ferrara C., Quaranta G., Salvia R., Salvati L. Economic Downturns and Land-Use Change: A Spatial Analysis of Urban Transformations in Rome (Italy) Using a Geographically Weighted Principal Component Analysis // *Sustainability*. 2021. Vol. 13, Issue 20. 11293. <https://doi.org/10.3390/su132011293>
29. Fan Z., Liu E., Xu B. Weighted Principal Component Analysis // *Artificial Intelligence and Computational Intelligence. Second International Conference, AICIS 2011, Taiyuan, China, September 24–25, 2011, Proceedings, Part I.* / Edited by H. Deng, D. Miao, J. Lei, F. L. Wang. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011. Pp. 569–574. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-23896-3\\_70](https://doi.org/10.1007/978-3-642-23896-3_70)
30. Delchambre L. Weighted principal component analysis: a weighted covariance eigen-decomposition approach // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2015. Vol. 446, Issue 4. Pp. 3545–3555. <https://doi.org/10.1093/mnras/stu2219>
31. Tsalmantza P., Hogg D. W. A data-driven model for spectra: Finding double redshifts in the sloan digital sky survey // *The Astrophysical Journal*. 2012. Vol. 753, No. 2. 122. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/753/2/122>
32. Swallow B., Xiang W., Panovska-Griffiths J. Tracking thenational and regional COVID-19 epidemic status in the UK using weighted principal component analysis // *Philosophical Transactions A*. 2022. Vol. 380, Issue 2233, 20210302. <https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0302>
33. Sood A. K., Chaturvedi V., Datta S., Mahapatra S. S. Optimization of process parameters in fused deposition modeling using weighted principal component analysis // *Journal of Advanced Manufacturing Systems*. 2011. Vol. 10, No. 2. Pp. 241–259. <https://doi.org/10.1142/S0219686711002181>
34. Qi L., Dou W., Chen J. Weighted principal component analysis-based service selection method for multimedia services in cloud // *Computing*. 2016. Vol. 98. Pp. 195–214. <https://doi.org/10.1007/s00607-014-0413-x>
35. Burnaev E. V., Chernova S. S. On an iterative algorithm for calculating weighted principal components // *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2015. Vol. 60. Pp. 619–624. <https://doi.org/10.1134/S1064226915060042>
36. De Mol C., Giannone D., Reichlin L. Forecasting using a large number of predictors: Is Bayesian shrinkage a valid alternative to principal components? // *Journal of Econometrics*. 2008. Vol. 146, Issue 2. Pp. 318–328. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.08.011>
37. Audigier V., Husson F., Josse J. Multiple imputation for continuous variables using a Bayesian principal component analysis // *Journal of Statistical Computation and Simulation*. 2016. Vol. 86, Issue 11. Pp. 2140–2156. <https://doi.org/10.1080/00949655.2015.1104683>
38. Jolliffe I. T. *Principal Component Analysis*. Second Edition. New York: Springer, 2002. 488 p. <https://doi.org/10.1007/b98835>
39. Мироненков А. А. Интервальные оценки показателей интегрального индикатора качества жизни населения в зависимости от выбора весов взвешенной главной компоненты // *Применение многомерного статистического анализа в экономике и оценке качества : труды XII Международной научной конференции им. С. А. Айвазяна. М. : ВШЭ, 2022. С. 96–98.* <https://doi.org/10.17323/978-5-7598-2716-0>
40. Полтерович В. М. Конкуренция, сотрудничество и удовлетворенность жизнью. Ч. 1. Семерка европейских лидеров // *Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз*. 2022. Т. 15, № 2. С. 31–43. <https://doi.org/10.15838/esc.2022.2.80.2>
41. Helliwell J. F., Layard R., Sachs J., De Neve J.-E., Akinin L. B., Wang S. *World Happiness Report 2021*. New York: Sustainable Development Solutions Network, 2021. 210 p. URL: [https://www.wellbeingintlstudiesrepository.org/hw\\_happiness/5/](https://www.wellbeingintlstudiesrepository.org/hw_happiness/5/)

42. Helliwell J. F., Huang H., Wang S., Norton M. Statistical Appendix 1 for Chapter 2 of World Happiness Report 2021. 51 p. URL: <https://happiness-report.s3.amazonaws.com/2021/Appendix1WHR2021C2.pdf>

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

### **Мироненков Алексей Алексеевич**

Старший преподаватель кафедры эконометрики и математических методов экономики Московской школы экономики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Россия (119234, г. Москва, Ленинские горы, 1, строение 61); ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5754-8825> e-mail: [mironenkov@mse.msu.ru](mailto:mironenkov@mse.msu.ru)

### **Курбацкий Алексей Николаевич**

Кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой эконометрики и математических методов экономики Московской школы экономики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Россия (119234, г. Москва, Ленинские горы, 1, строение 61); ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6478-8034> e-mail: [kurbatskii@my.msu.ru](mailto:kurbatskii@my.msu.ru)

### **Мироненкова Марина Владимировна**

Старший преподаватель кафедры эконометрики и математических методов экономики Московской школы экономики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Россия (119234, г. Москва, Ленинские горы, 1, строение 61); ORCID <https://orcid.org/0009-0002-5297-0642> e-mail: [mironenkovamv@my.msu.ru](mailto:mironenkovamv@my.msu.ru)

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 20–68–47030.

## ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

Мироненков А. А., Курбацкий А. Н., Мироненкова М. В. Измерение качества жизни населения при стохастическом выборе весов взвешенной главной компоненты // Journal of Applied Economic Research. 2024. Т. 23, № 1. С. 82–109. <https://doi.org/10.15826/vestnik.2024.23.1.004>

## ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

Дата поступления 5 октября 2023 г.; дата поступления после рецензирования 24 ноября 2023 г.; дата принятия к печати 6 декабря 2023 г.

# The Quality-of-Life Measurement with a Stochastic Choice of Parameters of the Weighted Principal Component

Alexey A. Mironenkov  , Alexey N. Kurbatskii , Marina V. Mironenkova 

Lomonosov Moscow State University

Moscow, Russia

 [mironenkov@mse.msu.ru](mailto:mironenkov@mse.msu.ru)

**Abstract.** The quality of life of the population is a latent category, and due to the impossibility of direct measurement it has to be assessed as an integral indicator of many variables. According to the established methodology, one of the main tools in this case is the first principal component, that is, a linear convolution of variables, which has the property of minimizing the variation of the original characteristics. The fact that parameters' variation is taken into account with equal weight may cause criticism from economists. The use of a weighted principal component which is free of this drawback can be considered as a development of the initial method. In this case to minimize the total variation, the weighting coefficients of features are set expertly. However, in this case, a logical question arises: won't expert subjectivity have a significant impact on the final integral indicator, as it happens in the case of simple linear convolution with expert weights? Thus, the purpose of this work is to test the applicability of the weighted first principal component as the main tool in constructing an integral indicator of the population quality of life. In particular, it is necessary to test the hypothesis that the influence of heterogeneity in the weights of expert assessments on the final integral indicator is insignificant. In this case, it would be useful not only to illustrate the presence or absence of this influence, but also to estimate its extent. To do this, the simulation modeling is carried out to assess the latent variable "quality of life of the population", based on empirical expert weights and macro statistics data. Moreover, in contrast to most works related to the topic, the values of the integral indicator (and, accordingly, the ranking of observations) are presented as an interval estimate. In other words, the result is presented as a random variable where the element of randomness is the subjectivity of the expert choice of weights for the weighted principal component. It turns out that even in this case it is possible to obtain robust and meaningful results that are in good agreement with the conclusions of well-known research in this area.

**Key words:** integral indicator; the quality of life; weighted first principal component; stochastic selection; simulation modeling; expert weights.

JEL C12, C55, C63, O57, R11

## References

1. Ayvazyan, S.A. (2012). *Quality of Life and Living Standards Analysis (Econometric Approach)*. Moscow, Nauka, 432 p. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26766525>
2. Ayvazyan, S.A., Isakin, M.A. (2006). Integral indicators of the quality of life of the population of the region as criteria for the effectiveness of socio-economic policy pursued by regional authorities. *Applied Econometrics*, Vol. 1, No. 1, 25–31. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9510321>
3. Ayvazyan, S.A., Stepanov, V.S., Kozlova, M.I. (2006). Measuring synthetic categories of the quality of life of the population of the region and identifying key areas for improving socio-economic policy (using the example of the Samara region and its municipalities). *Applied*

*Econometrics*, Vol. 2, No. 2, 18–84. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9482361>

4. Makarov, V.L., Ayvazyan, S.A., Afanasyev, M.Yu., Bakhtizin, A.R., Nanavyan, A.M. (2014). Assessing the effectiveness of Russian regions taking into account intellectual capital, characteristics of readiness for innovation, level of well-being and quality of life of the population. *Economy of Regions*, No. 4, 9–30. (In Russ.). <https://doi.org/10.17059/20144-1>

5. Ayvazyan, S.A., Afanasyev, M.Yu., Kudrov, A.V. (2019). Indicators of the main directions of socio-economic development and their aggregates in the space of characteristics of regional differentiation. *Applied Econometrics*, Vol. 54, 51–69. (In Russ.). <https://doi.org/10.24411/1993-7601-2019-10003>

6. Kurbatskii, A., Mironenkov, A. (2023), Estimating the Quality of Life Using Weighted Principal Components Method. *Montenegrin Journal of Economics*, Vol. 19, No. 1, 7–17. <https://doi.org/10.14254/1800-5845/2023.19-1.1>

7. Volkova, M.I. (2010). Comparison of objectivist and subjectivist approaches to measuring synthetic latent categories of quality of life of the population: results of an empirical analysis of Russian data. *Applied Econometrics*, Vol. 19, No. 3, 62–90. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15139171>

8. Shakleina, M.V., Volkova, M.I., Shaklein, K.I., Yakiro, S.R. (2020). Theoretical and methodological problems of measuring social comfort: results of empirical analysis based on Russian data. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, Vol. 13, No. 5, 135–152. (In Russ.). <https://doi.org/10.15838/esc.2020.5.71.8>

9. Leshchaikina, M.V. (2014). Cross-country econometric analysis of the social comfort of living of the population. *Applied Econometrics*, Vol. 36, No. 4, 102–117. (In Russ.). Available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22782724>

10. Volkova, M. (2018). On the methodological foundations of quality of life analysis. The historical aspect. *Society and Economics*, No. 10, 89–100. (In Russ.). <https://doi.org/10.31857/S020736760002281-8>

11. Mironenkov, A.A. (2020). Hierarchical Pareto classification of Russian regions according to indicators of the quality of life of the population. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, Vol. 13, No. 2, 171–185. (In Russ.). <https://doi.org/10.15838/esc.2020.2.68.11>

12. Ayvazyan, S.A., Afanasyev, M.Yu., Kudrov, A.V. (2019). Integral indicator of the quality of living conditions. *Digital Economy*, No. 1, 43–56. (In Russ.). <https://doi.org/10.34706/DE-2019-01-05>

13. Ayvazyan, S.A., Afanasyev, M.Yu., Kudrov, A.V. (2016). A method for clustering regions of the Russian Federation taking into account the sectoral structure of GRP. *Applied Econometrics*, Vol. 41, No. 1, 24–46. (In Russ.). Available at: <https://www.hse.ru/mirror/pubs/share/421012695.pdf>

14. Blomquist, G.C., Berger, M.C., Hoehn, J.P. (1988). New estimates of quality of life in urban areas. *The American Economic Review*, Vol. 78, No. 1, 89–107. Available at: <https://www.jstor.org/stable/pdf/1814700>

15. Belyaeva, L.A. (2018). Quality of life in subjective assessments of the population: Russia in the European context. *RUDN Journal of Sociology*, Vol. 18, No. 4, 680–694. (In Russ.). <https://doi.org/10.22363/2313-2272-2018-18-4-680-694>

16. Zhgun, T.V. (2017). Construction of an integral characteristic of the quality of life of the constituent entities of the Russian Federation using the principal component method. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, Vol. 10, No. 2, 214–235. (In Russ.). <https://doi.org/10.15838/esc/2017.2.50.12>

17. Fantazzini D., Shakleina M., Yuras N. (2018). Big Data for computing social well-being indicators of the Russian population. *Applied Econometrics*, Vol. 50, 43–66. Available at: <https://ssrn.com/abstract=3215502>

18. Greco, S., Ishizaka, A., Tasiou, M., Torrisi, G. (2019). On the Methodological Framework of Composite Indices: A Review of the Issues of Weighting, Aggregation, and Robustness. *Social Indicators Research*, Vol. 141, 61–94. <https://doi.org/10.1007/s11205-017-1832-9>

19. Volkova, M.I. (2019). Analysis of factors in the quality of life of the population of Russia and Europe within the framework of the generalized principal components method. *Economics and Mathematical Methods*, Vol. 55, No. 3, 34–46. (In Russ.). <https://doi.org/10.31857/S042473880004678-4>
20. Slottje, D.J. (1991). Measuring the quality of life across countries. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 74, No. 3, 684–693. <https://doi.org/10.2307/2109407>
21. Mazziotta, M., Pareto, A. (2019). Use and Misuse of PCA for Measuring Well-Being. *Social Indicators Research*, Vol. 142, 451–476. <https://doi.org/10.1007/s11205-018-1933-0>
22. Rodchenkov, M.V. (2023). Assessing the satisfaction of the Russian investment community with the quality of financial reporting according to international standards. *Journal of Applied Economic Research*, Vol. 22, No. 1. 165–189. (In Russ.). <https://doi.org/10.15826/vestnik.2023.22.1.008>
23. Litvintseva, G.P., Shmakov, A.V., Stukalenko, E.A., Petrov, S.P. (2019). Assessment of the digital component of the quality of life of the population in the regions of the Russian Federation. *Terra Economicus*, 17, No. 3, 107–127. (In Russ.). <https://doi.org/10.23683/2073-6606-2019-17-3-107-127>
24. *Tax policy of the Russian Federation in the context of sustainable development goals*. Edited by I. A. Mayburov (2023). Moscow, UNITY-DANA, 359 p. (In Russ.). Available at: [https://taxsymposium.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=496:nalogovaya-politika-rossijskoj-federatsii-v-kontekste-tselej-ustojchivogo-razvitiya&catid=91&Itemid=939&lang=ru](https://taxsymposium.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=496:nalogovaya-politika-rossijskoj-federatsii-v-kontekste-tselej-ustojchivogo-razvitiya&catid=91&Itemid=939&lang=ru)
25. Lloyd, C.D., (2010). Analyzing population characteristics using geographically weighted principal components analysis: A case study of Northern Ireland in 2001. *Computers, Environment and Urban Systems*, Vol. 34, Issue 5, 389–399. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2010.02.005>
26. Harris, P., Brunson, C., Charlton, M. (2011) Geographically weighted principal components analysis. *International Journal of Geographical Information Science*, Vol. 25, Issue 10, 1717–1736, <https://doi.org/10.1080/13658816.2011.554838>
27. Wu, Ch., Peng, N., Ma, X., Li, Sh., Rao, J. (2020). Assessing multiscale visual appearance characteristics of neighborhoods using geographically weighted principal component analysis in Shenzhen, China. *Computers, Environment and Urban Systems*, Vol. 84, 101547. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2020.101547>
28. Tomao, A, Mattioli, W, Fanfani, D, Ferrara, C, Quaranta, G, Salvia, R, Salvati, L. (2021). Economic Downturns and Land-Use Change: A Spatial Analysis of Urban Transformations in Rome (Italy) Using a Geographically Weighted Principal Component Analysis. *Sustainability*, Vol. 13, Issue 20, 11293. <https://doi.org/10.3390/su132011293>
29. Fan, Z., Liu, E., Xu, B. (2011). Weighted Principal Component Analysis. In: *Artificial Intelligence and Computational Intelligence. Second International Conference, AICIS 2011, Taiyuan, China, September 24–25, 2011, Proceedings, Part I*. Edited by H. Deng, D. Miao, J. Lei, F. L. Wang. Springer, Berlin, Heidelberg, 569–574. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-23896-3\\_70](https://doi.org/10.1007/978-3-642-23896-3_70)
30. Delchambre, L. (2015). Weighted principal component analysis: a weighted covariance eigendecomposition approach. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 446, Issue 4, 3545–3555. <https://doi.org/10.1093/mnras/stu2219>
31. Tsalmantza, P., Hogg, D. W. (2012). A data-driven model for spectra: Finding double redshifts in the sloan digital sky survey. *The Astrophysics Journal*, Vol. 753, No. 2, 122. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/753/2/122>
32. Swallow, B, Xiang, W, Panovska-Griffiths, J. (2022). Tracking the national and regional COVID-19 epidemic status in the UK using weighted principal component analysis. *Philosophical Transactions A.*, Vol. 380, Issue 2233, 20210302. <https://doi.org/10.1098/rsta.2021.0302>
33. Sood, A.K., Chaturvedi, V., Datta, S., Mahapatra, S.S. (2011). Optimization of process parameters in fused deposition modeling using weighted principal component analysis. *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, Vol. 10, No. 2, 241–259. <https://doi.org/10.1142/S0219686711002181>

34. Qi, L., Dou, W., Chen, J. (2016). Weighted principal component analysis-based service selection method for multimedia services in cloud. *Computing*, Vol. 98, 195–214. <https://doi.org/10.1007/s00607-014-0413-x>
35. Burnaev, E.V., Chernova, S.S. (2015). On an iterative algorithm for calculating weighted principal components. *Journal of Communications Technology and Electronics*, Vol. 60, 619–624. <https://doi.org/10.1134/S1064226915060042>
36. De Mol, C., Giannone, D., Reichlin, L. (2008). Forecasting using a large number of predictors: Is Bayesian shrinkage a valid alternative to principal components? *Journal of Econometrics*, Vol. 146, Issue 2, 318–328. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.08.011>
37. Audigier, V., Husson, F., Josse, J. (2016). Multiple imputation for continuous variables using a Bayesian principal component analysis. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol. 86, Issue 11, 2140–2156. <https://doi.org/10.1080/00949655.2015.1104683>
38. Jolliffe, I.T. (2002). *Principal Component Analysis*. Second Edition. New York, Springer, 488 p. <https://doi.org/10.1007/b98835>
39. Mironenkov, A.A. (2022). Interval estimates of indicators of the integral indicator of the quality of life of the population depending on the choice of weights of the weighted principal component. *Application of Multidimensional Statistical Analysis in Economics and Quality Assessment. Proceedings of XII International Scientific Conference named after. S. A. Ayvazyan*. Moscow, National Research University Higher School of Economics, 96–98. (In Russ.). <https://doi.org/10.17323/978-5-7598-2716-0>
40. Polterovich, V.M. (2022). Competition, cooperation and life satisfaction. Part 1. Seven European leaders. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, Vol. 15, No. 2, 31–43. (In Russ.). <https://doi.org/10.15838/esc.2022.2.80.2>
41. Helliwell, J.F., Layard, R., Sachs, J., De Neve, J.-E., Aknin, L.B., Wang, S. (2021). *World Happiness Report 2021*. New York, Sustainable Development Solutions Network, 210 p. Available at: [https://www.wellbeingintlstudiesrepository.org/hw\\_happiness/5/](https://www.wellbeingintlstudiesrepository.org/hw_happiness/5/)
42. Helliwell, J.F., Huang H., Wang, S., Norton, M. (2021). Statistical Appendix 1 for Chapter 2 of World Happiness Report 2021, 51 p. Available at: <https://happiness-report.s3.amazonaws.com/2021/Appendix1WHR2021C2.pdf>

## INFORMATION ABOUT AUTHORS

### Alexey Alekseevich Mironenkov

Senior Lecturer, Department of Econometrics and Mathematical Methods in Economy, Moscow School of Economics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia (119234, Moscow, Leninskie Gory, 1, Building, 61); ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5754-8825> e-mail: [mironenkov@mse.msu.ru](mailto:mironenkov@mse.msu.ru)

### Aleksei Nikolaevich Kurbatskii

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Econometrics and Mathematical Methods in Economy, Moscow School of Economics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia (119234, Moscow, Leninskie Gory, 1, Building, 61); ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6478-8034> e-mail: [kurbatskii@my.msu.ru](mailto:kurbatskii@my.msu.ru)

### Marina Vladimirovna Mironenkova

Senior Lecturer, Department of Econometrics and Mathematical Methods in Economy, Moscow School of Economics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia (119234, Moscow, Leninskie Gory, 1, Building, 61); ORCID <https://orcid.org/0009-0002-5297-0642> e-mail: [mironenkovamv@my.msu.ru](mailto:mironenkovamv@my.msu.ru)

## ACKNOWLEDGMENTS

The Research is funding from the Russian Science Foundation, project No. 20–68–47030.

## FOR CITATION

Mironenkov, A.A., Kurbatskii, A.N., Mironenkova, M.V. (2024). The Quality-of-Life Measurement with a Stochastic Choice of Parameters of the Weighted Principal Component. *Journal of Applied Economic Research*, Vol. 23, No. 1, 82–109. <https://doi.org/10.15826/vestnik.2024.23.1.004>

## ARTICLE INFO

Received October 5, 2023; Revised November 24, 2023; Accepted December 6, 2023.

